

# Wechselstromgrößen

## Zweileiter-Stromkreise

**DIN**  
**40 110**  
Teil 1

Quantities used in alternating current theory; two-line circuits

Teilweise Ersatz für  
DIN 40 110/10.75

### Inhalt

	Seite		Seite
<b>1 Anwendungsbereich und Zweck</b> .....	1	<b>3.3.2 Komplexe Leistung bei Sinusgrößen, Wechselleistung</b> .....	7
<b>2 Spannung und Stromstärke</b> .....	1	<b>3.4 Weitere Zusammenhänge und Benennungen</b> ..	7
2.1 Benennungen und Festlegungen bei periodischen Größen .....	1	<b>3.5 Leistungsbestimmung bei verzerrten Spannungen und Stromstärken</b> .....	8
2.2 Benennungen und Festlegungen bei Mischgrößen .....	2	3.5.1 Leistung bei Sinusspannung und nicht-sinusförmigem Stromverlauf .....	8
2.3 Benennungen und Festlegungen bei Wechselgrößen .....	3	3.5.2 Leistung bei nichtsinusförmigen Spannungs- und Stromverläufen .....	10
2.4 Benennungen und Festlegungen bei Sinusgrößen .....	3	3.5.3 Mittelwerte und Leistung bei unregelmäßig schwankenden Spannungen und Stromstärken .....	10
2.5 Sinusgrößen in komplexer Darstellung .....	4	<b>4 Elektrische Arbeit, elektrische Energie</b> .....	11
<b>3 Elektrische Leistung</b> .....	4	Anmerkungen .....	11
3.1 Leistungsbegriff, Wirkleistung, Scheinleistung .....	4	Zitierte Normen und andere Unterlagen .....	12
3.2 Leistungsbestimmung im allgemeinen Fall, Gesamtblindleistung .....	5	Frühere Ausgaben .....	13
3.3 Leistung bei Sinusgrößen .....	6	Änderungen .....	13
3.3.1 Zeitverläufe und Mittelwert, Verschiebungs- Blindleistung .....	6	Erläuterungen .....	13
		Stichwortverzeichnis .....	13

## 1 Anwendungsbereich und Zweck

In dieser Norm werden die Meß- und Rechengrößen von Wechselstromkreisen in ihren funktionalen Abhängigkeiten zusammenhängend dargestellt. Die Norm befindet sich dabei in Übereinstimmung mit anderen Normen – und sie ist auf diese abgestützt –, in welchen Teile dieser Größen unter anderen speziellen Gesichtspunkten betrachtet werden, z. B. deren Formelzeichen, Begriffserklärungen oder besondere Gruppenzusammenhänge.

Aus systematischen Gründen und wegen besserer Lesbarkeit sind manche Größen daher mehrfach besprochen. Die hiervon betroffenen Normen sind im Verzeichnis „Zitierte Normen“ enthalten.

Die Wechselstromgrößen und ihre Zusammenhänge werden in dieser Norm vom Allgemeinen her, d. h. zuerst ohne Benutzung der komplexen Darstellung (nur für Sinusgrößen), beschrieben. Die Formelzeichen für Spannung und Stromstärke werden unter Verwendung von Groß- und Kleinbuchstaben gebildet (siehe DIN 5483 Teil 2/09.82, Fall 1 in Tabelle 1). Die Festlegungen beziehen sich auf Systeme mit zwei Leitern, die in DIN 40 108 auch Einphasensysteme genannt werden.

## 2 Spannung und Stromstärke

### 2.1 Benennungen und Festlegungen bei periodischen Größen

Spannung und Stromstärke werden in dieser Norm als periodische Zeitfunktionen gleicher Periodendauer vorausgesetzt (Ausnahme: Abschnitt 3.5.3); zwischen ihren jeweiligen Kenngrößen brauchen im allgemeinen keine linearen Beziehungen zu bestehen. Siehe Anmerkungen.

Für die periodischen Augenblickswerte  $u = u(t)$  einer Spannung oder  $i = i(t)$  einer Stromstärke ergibt sich die Frequenz  $f$  als Kehrwert der Periodendauer  $T$  zu

$$f = \frac{1}{T}. \quad (1)$$

Die arithmetischen Mittelwerte (linearen zeitlichen Mittelwerte) der Spannung und der Stromstärke sind

$$\bar{U} = \frac{1}{T} \int_0^T u \, dt = U_{-1} \quad (2)$$

und

1) Siehe Seite 2

Fortsetzung Seite 2 bis 14

Normenausschuß Einheiten und Formelgrößen (AEF) im DIN Deutsches Institut für Normung e.V.  
Deutsche Elektrotechnische Kommission im DIN und VDE (DKE)

$$\bar{I} = \frac{1}{T} \int_0^T i \, dt = I_- \quad (3)$$

Diese Mittelwerte werden Gleichwerte (Gleichanteile, Gleichspannung, Gleichstromstärke, Gleichspannungsanteil, Gleichstromanteil) genannt.

Eine Wechselgröße (Wechselspannung, Wechselstrom) liegt vor, wenn der Gleichwert Null ist.

Eine Mischgröße (Mischspannung oder Mischstrom) liegt vor, wenn der Gleichwert  $U_-$  oder  $I_-$  von Null verschieden ist und einem Gleichanteil eine Wechselgröße  $u_{\sim}$  bzw.  $i_{\sim}$  (Wechselanteil, Wechselspannung, Wechselstrom) <sup>2)</sup> überlagert ist. Bild 1 zeigt als Beispiel den zeitlichen Verlauf einer Mischspannung  $u = U_- + u_{\sim}$  (siehe Anmerkungen).

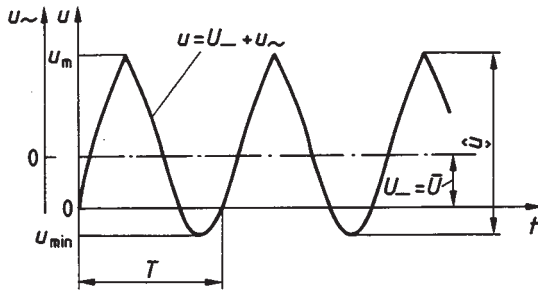


Bild 1

Der Gleichrichtwert einer Mischgröße oder einer Wechselgröße ist der lineare Mittelwert der Beträge der Augenblickswerte, gebildet über eine Periodendauer, also

$$|\bar{u}| = \frac{1}{T} \int_0^T |u| \, dt \quad \text{bzw.} \quad |\bar{i}| = \frac{1}{T} \int_0^T |i| \, dt \quad (4), (5)$$

Die zeitlichen quadratischen Mittelwerte von Mischgrößen oder von Wechselgrößen heißen Effektivwerte. Der Effektivwert einer Spannung  $u$  oder einer Stromstärke  $i$  ist

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2 \, dt} \quad \text{bzw.} \quad I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 \, dt} \quad (6), (7)$$

Die Effektivwerte von Spannungen oder Stromstärken werden aus Anteilen mit orthogonalen Zeitfunktionen durch quadratische Addition ermittelt; bei nichtorthogonalen Anteilen ist geometrisch zu addieren (Zeiger), siehe Anmerkungen.

So ergibt sich z. B. der Effektivwert  $I$  der Stromstärke bei mehreren orthogonalen Anteilen  $i_1 + i_2 + \dots = i$  aus

$$I^2 = I_1^2 + I_2^2 + \dots \quad (8)$$

andererseits z. B. bei zwei sinusförmigen nichtorthogonalen Anteilen aus

$$I^2 = I_1^2 + I_2^2 + 2I_1 I_2 \cos \varphi_{21} \quad (9)$$

mit dem Phasenverschiebungswinkel

$$\varphi_{21} = \varphi_{i2} - \varphi_{i1}$$

## 2.2 Benennungen und Festlegungen bei Mischgrößen

Zur Kennzeichnung spezieller Werte der Mischgrößen werden die folgenden Begriffe verwendet; Beispiele sind hier zunächst nur mit Formelzeichen für Spannungen gegeben; Entsprechendes gilt hier für Begriffe und Formelzeichen bei Mischstromstärken.

Der Maximalwert  $u_m, \hat{u}$  ist der größte Augenblickswert (Größtwert) der Mischgröße während einer Periodendauer, bei mehreren Maximalwerten heißt der größte der Maximalwerte Spitzenwert  $u_{mm}, \hat{\hat{u}}$ .

Der Minimalwert  $u_{\min}, \check{u}$  ist der kleinste Augenblickswert (Kleinstwert) der Mischgröße während einer Periodendauer, bei mehreren Minimalwerten heißt der kleinste von ihnen der Talwert  $u_v, \check{\check{u}}$  (siehe Anmerkungen).

Die Schwingungsbreite (Schwankung)  $u_e$  ist die Differenz zwischen Spitzenwert und Talwert, gegebenenfalls zwischen Maximal- und Minimalwert, sie heißt auch Spitze-Tal-Wert  $\hat{u}$ .

Der Wechselanteil  $u_{\sim}$  einer Mischspannung ergibt sich als Differenz aus ihrem Augenblickswert  $u$  und dem Gleichanteil  $U_-$ :

$$u_{\sim} = u - U_- \quad (10)$$

Der Wechselanteil einer periodischen Mischgröße kann, wie jede Wechselgröße, zerlegt werden in eine Grundschwingung (1. Harmonische) mit der Grundfrequenz  $f$  und die Oberschwingungen (höheren Harmonischen) mit ganzzahligen Vielfachen der Grundfrequenz (siehe auch DIN 1311 Teil 1/02.74, Abschnitte 3.2 und 3.3). Ist z. B.  $I_1$  der Effektivwert der Grundschwingung eines Wechselstromes oder eines Wechselstromanteils und sind  $I_2, I_3, \dots$  die Effektivwerte der Oberschwingungen mit den Frequenzen  $2f, 3f$  usw., so folgt aus den Gleichungen (7) und (8) für den Effektivwert des Mischstromes

$$I = \sqrt{I_-^2 + I_1^2 + I_2^2 + I_3^2 + \dots} \quad (11)$$

und für den Effektivwert des Wechselstromanteils

$$I_{\sim} = \sqrt{I_1^2 + I_2^2 + I_3^2 + \dots} = \sqrt{I^2 - I_-^2} \quad (12)$$

Entsprechendes gilt auch wieder für die Spannungen; ebenso können die nachstehenden Begriffe in gleicher Weise auf Mischspannungen wie auf Mischströme angewendet werden.

Die Anteile der Mischgrößen werden durch die folgenden Größenverhältnisse beschrieben:

Schwingungsgehalt, das Verhältnis Effektivwert des Wechselanteils zum Effektivwert der Mischgröße, z. B. für die Stromstärken eines Mischstromes

$$s_i = I_{\sim} / I \quad (13)$$

Welligkeit (effektive Welligkeit), das Verhältnis Effektivwert des Wechselanteils zum Betrag des Gleichwertes (siehe Anmerkungen)

$$r_i = I_{\sim} / |I_-| \quad (14)$$

Schwankungswelligkeit (Riffelfaktor), das Verhältnis Schwingungsbreite zum Betrag des Gleichwertes

$$q_i = \hat{u} / |I_-| \quad (15)$$

Ist eine Mischgröße, z. B. eine Stromstärke  $i = i_1 + i_2$  entstanden infolge Umbildung eines gegebenen Vorganges  $i_1$  durch Überlagerung eines weiteren Vorganges  $i_2$ , so heißt Überlagerungsfaktor das Verhältnis Scheitelwert des Überlagerungsanteils zum Scheitelwert der überlagerungsfreien Größe  $\hat{i}_2 / \hat{i}_1$  (Scheitelwert siehe Abschnitt 2.3).

Ist der überlagerungsfreie Vorgang ein Gleichvorgang ( $I_-$ ), so ist der Überlagerungsfaktor gleich dem halben Riffelfaktor.

Der Schwingungsgehalt kann Werte annehmen zwischen 0 (reiner Gleichvorgang) und 1 (reiner Wechselvorgang), die Welligkeit und die Schwankungswelligkeit zwischen 0 und  $\infty$  (bei den gleichen Fällen) (Grenzwerte jeweils eingeschlossen).

1) Formelzeichen nach DIN 5483 Teil 2, IEC 27-1:1992 auch  $U_0$  bzw.  $I_0$  anstelle von  $U_-$  bzw.  $I_-$

2) Formelzeichen nach DIN 5483 Teil 2 auch  $u_a$  bzw.  $i_a$

3) In DIN IEC 50 Teil 131, 131-03-12 Formelzeichen  $p_u, p_i$

### 2.3 Benennungen und Festlegungen bei Wechselgrößen

Bei der folgenden Behandlung reiner Wechselgrößen wird bei den Formelzeichen die Index-Kennzeichnung für „Wechselanteil“  $u_{\sim}$  bzw.  $i_{\sim}$  fortgelassen.

Bei Wechselgrößen heißt der größte Betrag der Augenblickswerte

Scheitelwert:  $\hat{u}$  Scheitelwert der Spannung,  $\hat{i}$  Scheitelwert der Stromstärke;

bei sinusförmigem zeitlichem Verlauf (Sinusgröße) heißt der Scheitelwert Amplitude  $\hat{u}$ ,  $\hat{i}$  (siehe Abschnitt 2.4).

Beim Zerlegen in die Grundschwingung und die Oberschwingungen gilt z. B. für den Effektivwert der Wechselstromstärke entsprechend Gleichung (12)

$$I = \sqrt{I_1^2 + I_2^2 + I_3^2 + \dots} \quad (16)$$

Die Oberschwingungsstromstärke oder Verzerrungsstromstärke  $i_d$  ist die Differenz der Augenblickswerte von Gesamtstrom und Grundschwingungsstrom

$$i_d = i - i_1 \quad (17)$$

bzw. bei Effektivwerten

$$I_d = \sqrt{I^2 - I_1^2} \quad (18)$$

Für Spannungen gilt Entsprechendes. 4)

Die Unterschiede zum reinen Sinusvorgang werden durch die folgenden Größenverhältnisse beschrieben, die in gleicher Weise auf Spannungen und Stromstärken angewendet werden:

Scheitelfaktor, das Verhältnis Scheitelwert zum Effektivwert der Wechselgröße  $\hat{u}/U$  bzw.  $\hat{i}/I$ ;

Grundschwingsungsgehalt, das Verhältnis Effektivwert der Grundschwingung zum Effektivwert der Wechselgröße

$$g_u = U_1/U \text{ bzw. } g_i = I_1/I; \quad (19), (20)$$

Oberschwingungsgehalt, Klirrfaktor oder auch Verzerrungsgehalt, das Verhältnis Effektivwert der Verzerrungsgröße zum Effektivwert der Wechselgröße

$$d_u = \frac{U_d}{U} = \sqrt{1 - g_u^2} = \frac{\sqrt{U^2 - U_1^2}}{U} \quad (21)$$

bzw.

$$d_i = \frac{I_d}{I} = \sqrt{1 - g_i^2} = \frac{\sqrt{I^2 - I_1^2}}{I} \quad (22)$$

(siehe Anmerkungen).

Der Wert des Scheitelfaktors ist immer größer oder gleich eins; Grundschwingsungsgehalt und Oberschwingungsgehalt liegen zwischen 0 und 1 (gegenläufig) (Grenzwerte eingeschlossen).

Als Maß für den Anteil an Oberschwingungen wird auch die relative Abweichung vom Sinusverlauf benutzt. Dieser Wert ist gleich dem Maximalwert des Betrages der Verzerrungsspannung oder -stromstärke geteilt durch die Amplitude der Grundschwingung  $|\hat{u}_d|/\hat{u}_1$  bzw.  $|\hat{i}_d|/\hat{i}_1$ .

Der Formfaktor einer Wechselgröße ist das Verhältnis ihres Effektivwertes zum Gleichrichtwert

$$F_u = \frac{U}{|u|} \text{ bzw. } F_i = \frac{I}{|i|} \quad (23), (24)$$

Der Wert des Formfaktors ist immer größer oder gleich eins (siehe Anmerkungen).

### 2.4 Benennungen und Festlegungen bei Sinusgrößen

Die Augenblickswerte von Spannung  $u$  und Stromstärke  $i$  bei zeitlich sinusförmigem Verlauf (kurz Sinusgröße, Sinusspannung, Sinusstrom) werden dargestellt durch

$$u = \hat{u} \cos(\omega t + \varphi_u) = U\sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi_u) \quad (25)$$

und

$$i = \hat{i} \cos(\omega t + \varphi_i) = I\sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi_i) \quad (26)$$

mit den Kennwerten der Sinusgrößen, das sind

Amplitude  $\hat{u}$ ,  $\hat{i}$  anstelle des Scheitelwertes nach Abschnitt 2.3,

Effektivwert  $U$ ,  $I$ ,

Phasenwinkel  $\varphi(t)$  als das linear zeitabhängige Argument der cos-Funktion, z. B. bei der Spannung

$$\varphi(t) = \omega t + \varphi_u, \quad (27)$$

$$\text{Kreisfrequenz } \omega = 2\pi f = 2\pi/T \quad (28)$$

und die

Nullphasenwinkel der Spannung  $\varphi_u$  bzw. der Stromstärke  $\varphi_i$ .

Siehe Anmerkungen.

Der Phasenverschiebungswinkel  $\varphi$  der Spannung  $u$  gegenüber der Stromstärke  $i$  – deutlicher  $\varphi_{ui}$  – ergibt sich als Differenz der beiden Nullphasenwinkel

$$\varphi = \varphi_u - \varphi_i. \quad (29)$$

Wenn dieser Winkel einen positiven Wert hat,  $0 < \varphi \leq \pi$ , so sagt man, die Spannung an dem betrachteten Stromkreisabschnitt eile dem Strom (Bezugsgröße) um diesen Winkel vor (oder auch: Der Strom eile der Spannung nach). Die entgegengesetzte Aussage: Nacheilung der Spannung gegenüber dem Strom (Bezugsgröße) gilt für den Fall negativer Werte des Phasenverschiebungswinkels,  $-\pi < \varphi < 0$  (auch Voreilung Strom gegen Spannung). Siehe Bild 2.

Wenn die Bezugssinne geeignet gewählt werden und die Richtung des mittleren Energieflusses sich nicht umkehrt, ergeben sich die Winkelwerte nur im Bereich  $-\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2$ .

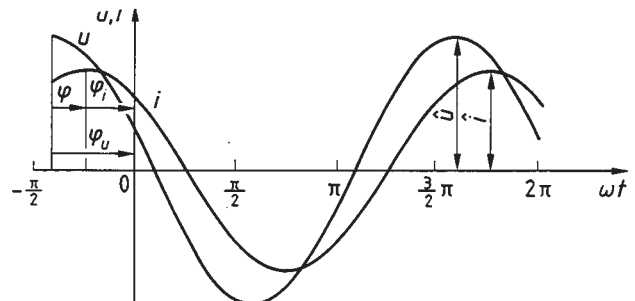


Bild 2

Bei Sinusgrößen ist (Beispiel Spannung)

der Scheitelfaktor  $\hat{u}/U = \sqrt{2} \approx 1,4$ ,

der Schwingsungsgehalt  $s = 1$ ,

der Grundschwingsungsgehalt  $g = 1$ ,

der Oberschwingungsgehalt  $d = 0$ ,

der Gleichrichtwert  $|u| = \frac{2}{\pi} \hat{u} \approx 0,64 \hat{u}$ ,

$$|u| = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} U \approx 0,90 U,$$

der Formfaktor  $F = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \approx 1,1$ .

4) Wenn mit der Bedeutung des Index d für Gleichstrom bzw. Gleichspannung Verwechslungen möglich sind, kann ausgewichen werden auf den ausgeschriebenen Index dist oder die Indizes k oder h (siehe DIN 1304 Teil 1, DIN IEC 50 Teil 131 und IEC 27-1 : 1992).

5) In DIN IEC 50 Teil 131, 131-03-03 Formelzeichen  $f_u, f_i$ ; auch  $h_{1u}, h_{1i}$

6) In IEC 27-2:1972 Formelzeichen auch  $k_u, k_i$ ; in DIN IEC 50 Teil 131, 131-03-04 Formelzeichen  $h_u, h_i$